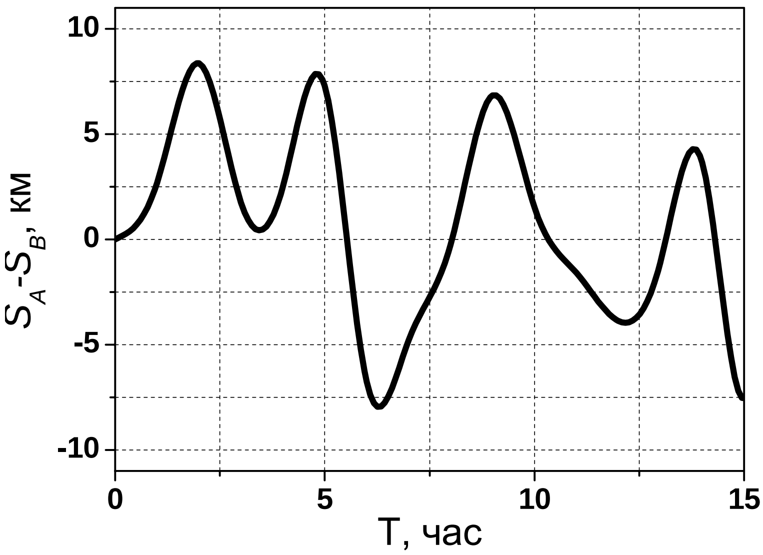
Заочный этап Всесибирской олимпиады, 2016

Физика

Возможные решения с баллами. Максимальный балл за задачу – 10.

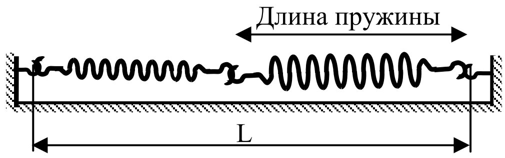
7 класс

1) Гонщик А и гонщик В одновременно выехали с точки старта по одной и той же дороге. На графике справа показана разность расстояний, которые преодолели гонщики А и В к моменту времени Т (в часах). Насколько различаются средние скорости движения гонщиков вдоль дороги за 15 часов соревнований? Сколько раз за эти 15 часов гонщик В обгонял соперника на трассе?

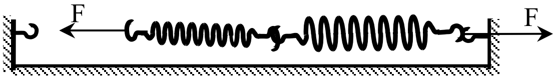


Решение: По определению, средняя скорость движения по пути равна отношению длины пути к времени движения (+1 балл). Как следует из приведенного графика, за 15 часов гонщик В проехал на 7.5 км больше, чем гонщик А (+1 балл), т.е. его путь за одно и тоже время был на 7.5 км длиннее (+1). Таким образом, средняя скорость гонщика В была больше примерно на 0.5 км/час (+3 балла). Момент обгона соответствует равенству S_A=S_B, (+1). Если гонщик В обгоняет соперника, то после этого становится S_B>S_A или S_A-S_B<0 (+1), а всего таких обгонов по трассе было 3 (+2 балла).

2) У гнома есть три разные легкие пружины. В недеформированном состоянии они имеют длины, равные 25 см, 15 см и 40 см. Коэффициенты жесткости пружин равны 25 Н/м, 15 Н/м и 30 Н/м, соответственно. Гному надо сделать так, чтобы две пружины были растянуты между крюками в стенах, а концы пружин были сцеплены между собой. Расстояние между этими крюками равно L=150 см. Удастся ли гному это сделать в одиночку, если максимальная сила, с которой он может натягивать пружину, равна 10 Н, но при этом гном может держаться только за одну пружину? Если да, то как ему надо поступить и какие именно пружины для этого подойдут?

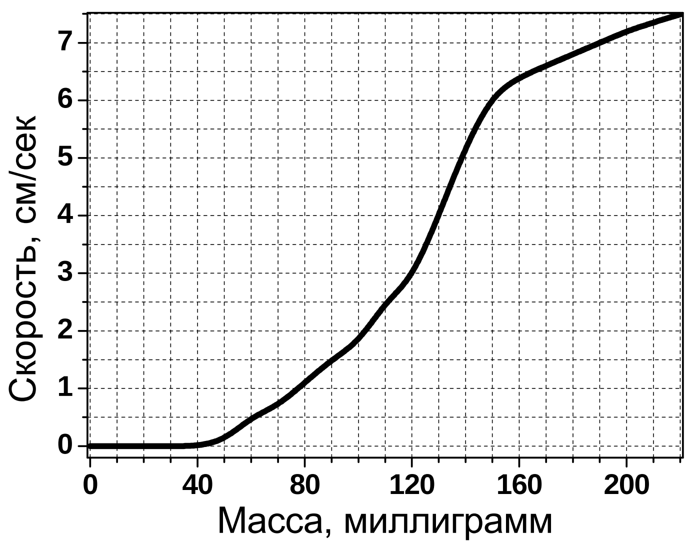


Решение: Для гнома возможен такой вариант – надо зацепить одну пружину концом за крюк в стене, присоединить последовательно следующую пружину и тянуть за ее конец в сторону второго крюка в противоположной стене (+ 3 балла). При этом каждая из этих пружин растягивается под действием сил одинаковой величины, равной силе, которую прикладывает гном (+2, на рисунке силы, действующие между пружинами, не показаны). Непосредственный расчет для каждой из пружин дает, что под действием сил 10 Н длины пружин составят (в том же порядке, как перечислено в условии) 25+40=65 см, 15+1000/15≈81.7 см и 40+1000/30≈73.7 см (+2 балла за такой или аналогичный расчет для всех пружин). Расчет позволяет заключить, что подходят только



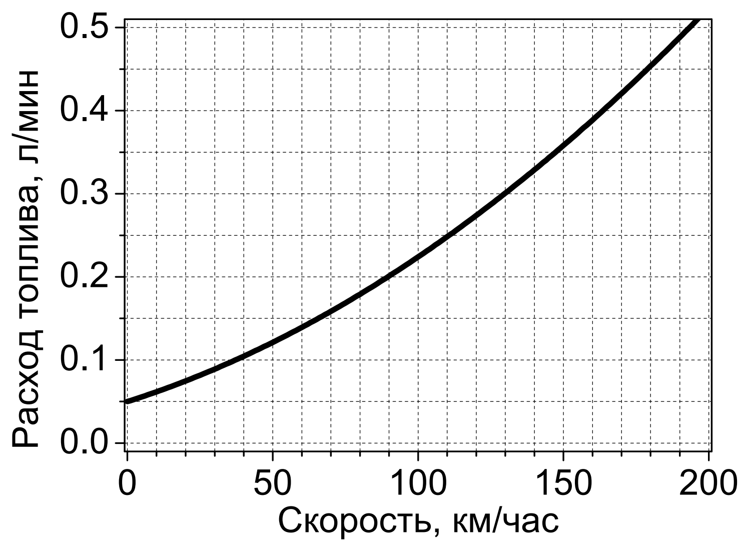
вторая и третья из перечисленных пружин (+3), так как только в этом случае две последовательно соединенные пружины удастся растянуть до длины, несколько большей, чем расстояние между крюками (150 см).

3) После небольшого дождя на оконном стекле высотой 1.5 м осталось много одинаковых неподвижных капель воды. На самом верху стекла две капли оказались рядом и они слились в одну, бóльшую каплю. Эта капля стала двигаться вниз по стеклу со скоростью 0.5 см/сек, практически не оставляя следов на стекле. Затем эта капля слилась с еще одной. Увеличившаяся капля продолжила движение вниз и т.д. Зависимость средней скорости сползания капли от ее массы приведена на графике справа. С помощью графика определите, за какое время эта капля дойдет до нижнего края стекла. Считать, что движущаяся капля встречает неподвижную каплю примерно через каждые 30 см.

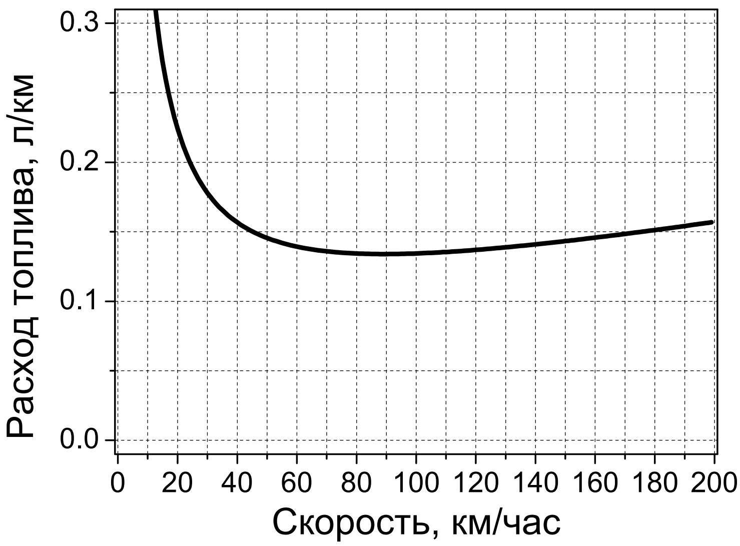


Решение: Согласно графику капля, спускающаяся со скоростью 0.5 см/сек имеет массу 60 мг (+1 балла). Это значит, что каждая неподвижная капля имеет массу 30 мг (+2), так как при слиянии массы складываются, а все капли одинаковые и на стекле воды не остается. Всего надо учесть еще 4 слияния, при которых будут получаться капли с массами 90 мг, 120 мг, 150 мг и 180 мг (+1). Капля с массой 180 мг дойдет до нижнего края (+1). По графику можно определить, что средние скорости движения этих капель будут составлять: 1.5 см/сек, 3 см/сек, 6 см/сек, 6.8 см/сек, соответственно (+ 2 балла). Время на прохождение каждого из пяти участков по 30 см будет составлять: 60 сек, 20 сек, 10 сек, 5 сек и примерно 4.4 сек, соответственно (+1). Полное время составит примерно 99 сек (+2).

4) На графике справа показано, как объем топлива, расходуемого каждую минуту работающим двигателем автомобиля, зависит от скорости движения этого автомобиля. По этим данным постройте (приближенно) график, который показывает, как от скорости автомобиля зависит объем топлива (в литрах), которое будет израсходовано этим автомобилем за 1 км пути. С какой скоростью следует перемещаться такому автомобилю на заданное расстояние для максимальной экономии топлива? *Указание: для построения требуемого графика рассчитайте расход на километр пути для нескольких, желательно около 10, значений скорости автомобиля.*



Решение: Если при данной скорости V (км/час) двигатель расходует N литров топлива каждую минуту, то за время T (в минутах) автомобиль израсходует NT литров топлива и проедет расстояние, равное V·(T/60) километров (+1 балл). В приведенном выражении есть множитель 60 мин/час для того, чтобы иметь ту же размерность величин, в которой они даны на графике.



Таким образом, на каждый километр будет израсходовано N·T·60/(V·T)= 60N/V литров топлива (+2). Значит, надо для данного значения V найти по графику из условия величину N, а затем вычислить величину 60N/V и нанести на график. Требуемый график зависимости объемного расхода топлива на каждый километр показан справа.

За аккуратно выполненный и правильный график ставится +5 баллов. Минимум объемного расхода получается при скорости 90 км/час (+2 балла за точность в пределах 5 км/час).

5) Задача-эксперимент

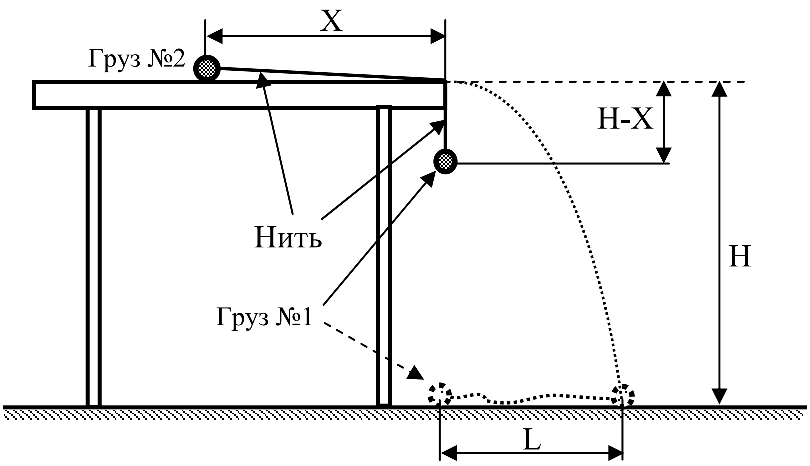
В данной задаче для *подготовки* опыта предлагается провести следующие действия:

а) Найти стол, коробку и т.п. с гладкой горизонтальной поверхностью и гладким краем. Можно сделать такую поверхность, установив горизонтально доску на удобной высоте над полом;

б) взять два одинаковых небольших, но сравнительно тяжелых груза, к которым можно привязать нитку или леску (гайки, шайбы, грузила и пр.);

в) связать эти два предмета нитью так, чтобы расстояние между грузами ***было равно высоте*** поверхности стола, доски и т.п. над полом;

г) удерживая грузы, расположить нить так, чтобы один груз (условно №1) свисал со стола, а груз №2 находился на столе. *Величину X расстояния, на котором груз №2 находится от края стола, надо записать в таблицу*;



Для *проведения* измерений:

а) Отпустить грузы и заметить место падения груза №2 (место первого касания пола). Если трение настолько велико, что грузы сами не сдвигаются с места, то можно увеличить массу первого груза. *Лучше, чтобы грузы падали на что-нибудь мягкое, что бы они далеко не отлетали*;

б) Измерить расстояние L между местами падения груза №2 и груза №1. *Записать величину L в таблицу;*

в) проделать то же самое не менее 10 раз при разных значениях X, *занося результаты измерений X и L в таблицу*;

Для анализа результатов измерений построить график зависимости X(L).

Решением этой задачи считается приведение результатов измерений в виде таблицы и графика зависимости X(L).

Есть ли какая-нибудь особенность в найденной зависимости?

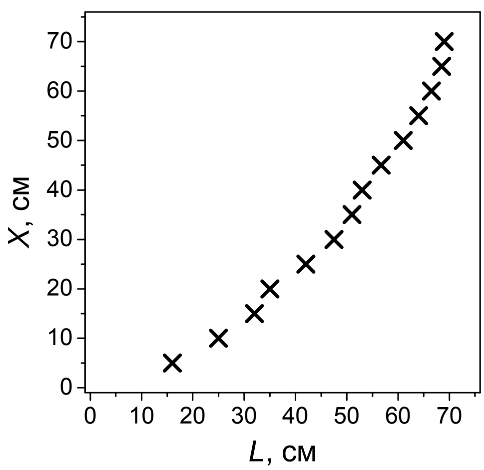
Пример решения:

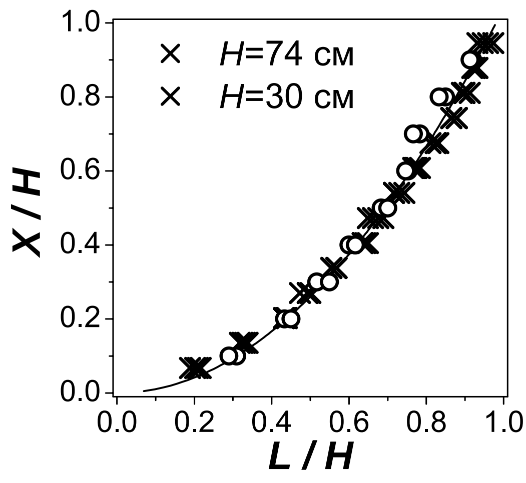
На приведенном ниже слева графике показаны результаты измерений величины X для различных L при H=74 см для одной серии измерений. На графике справа эти же результаты, а также результаты других измерений, показаны в несколько другом виде – они нормированы на величину H. Это означает, что на графике представлена зависимость отношения X/H от отношения L/H. Знаками «×» показаны результаты измерений при H=74 см, а знаками «O» - при H=30 см. Сплошная линия – функция $X(L) = 1.01 \cdot L^2$. Она показывает, что $\frac{X}{H} \sim \left(\frac{L}{H}\right)^2$ при разных H. Это верно, если ничего другого, кроме величины H, не изменяется. Например, коэффициент пропорциональности, в данном случае равный 1.01, зависит от трения между грузом №2 и поверхностью, а также нитью и углом на краю. Если бы трение было бы пренебрежимо мало, то при X<H/2 выполнялось бы равенство

$$\frac{X}{H} = \frac{L^2}{2H^2}.$$

При X>H/2 зависимость оказалась бы сложнее, так как во время движения груза №2 нитка бы натянулась и изменила его движение. В условиях эксперимента, проделанном составителями задачи, трение слишком велико, чтобы этот эффект проявился на графике.

Баллы за приведенный график снижаются, если точек мало (<10) или точность измерений почему-то слишком велика.





Заочный этап Всесибирской олимпиады, 2016

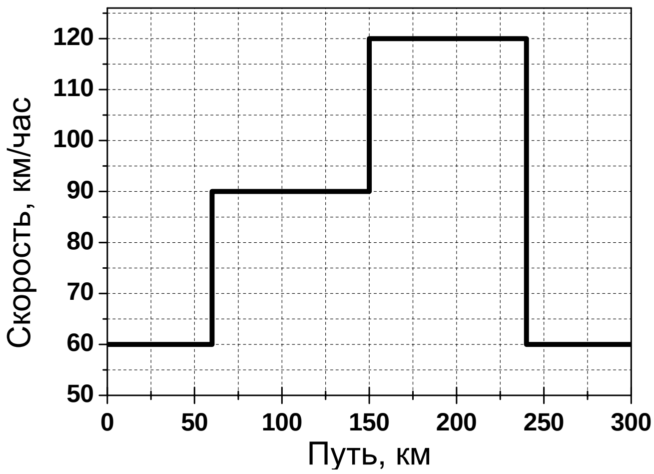
Физика

Возможные решения с баллами. Максимальный балл за задачу – 10.

8 класс

1) Машина ехала по дороге длиной 300 км. На графике справа показано, как менялась ее скорость в зависимости от пройденного пути.

Чему равнялась средняя величина скорости машины на всем пути?

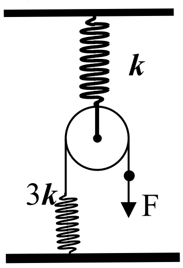


Решение: Для вычисления средней скорости $V_{ср}$ машины надо найти отношение длины пройденного пути L=300 км к промежутку времени, затраченному на поездку:

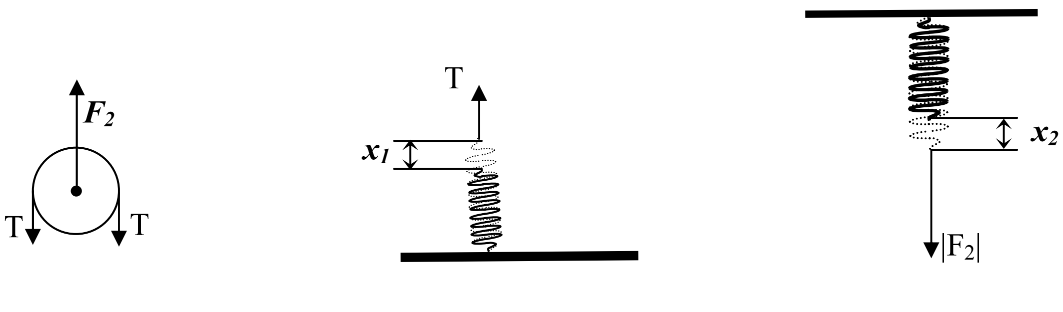
$V_{ср}$=L/(T1+T2+T3+T4), где T1, T2, T3 и T4 – промежутки времени, затраченные на проезд по участкам от 0 до 60 км, от 60 км до 150 км, от 150 км до 240 км, от 240 км до 300 км, соответственно (+3 балла).

Вычисляем по графику T1=60/60= 1 час, T2=(150-60)/90= 1 час, T3=(240-150)/120=3/4 часа, T4=(300-240)/60= 1 час (по баллу за каждый). Таким образом, $V_{ср}$=80 км/час (+ 3 балла за отклонение в пределах ±3 км/час, отличие, большее чем 10 км/час не оценивается).

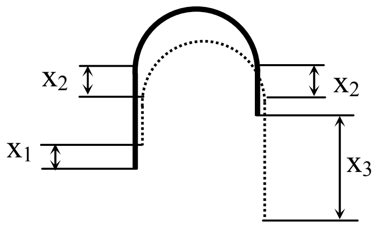
2) Имеется блок, подвешенный с помощью пружины к потолку. Через блок перекинута легкая нерастяжимая нить. Одним концом нить привязана к другой пружине, прикрепленной к полу, как показано на рисунке. К свободному концу нити прикладывают силу и медленно увеличивают ее от нуля до значения *F*. Насколько при этом растянется каждая из пружин, если выражать это растяжение через величины *F* и *k*? Насколько сместится свободный конец нити за время увеличения натяжения нити? Влияет ли на результат масса блока? Значения коэффициентов жесткости пружин указаны на рисунке. Пружины считать легкими.



Решение: Для вычисления требуемого смещения сначала изобразим силы, действующие на отдельные части всей системы – на блок (вместе с прилегающей нитью) и на пружины.



Если невесомая нить не испытывает действия силы трения со стороны окружающих тел, то ее натяжение $\boldsymbol{T}$, т.е. величина силы, действующая между соседними частями нити, везде одинакова. Таким образом, натяжение нити равно по величине внешним силам, приложенным к ее концам (они всегда будут одинаковыми, иначе такая нить должна будет двигаться с бесконечно большой скоростью). Отсюда следует, что при максимальном увеличении внешней силы до $\boldsymbol{F}$ натяжение нити становится равным $\boldsymbol{T}=\boldsymbol{F}$, и такая же по величине сила приложена к верхнему концу пружины с жесткостью $3\boldsymbol{k}$ (+1 балл). К нижнему концу этой, считающейся невесомой, пружины будет приложена такая же сила, направленная вниз. Значит, эта пружина будет растянута на $x_1 = \frac{F}{3k}$ (+1 балл). Блок, вместе с прилегающей частью нити, находится в равновесии по действием двух сил натяжения T, действующих на концы прилегающего участка нити, и силы $\boldsymbol{F_2}$, действующей со стороны пружины с жесткостью $\boldsymbol{k}$. Таким образом, $\boldsymbol{F_2}=2T=2\boldsymbol{F}$ (+1 балл). а верхняя пружина растянута на величину $x_2 = \frac{2F}{k}$ (+1 балл).



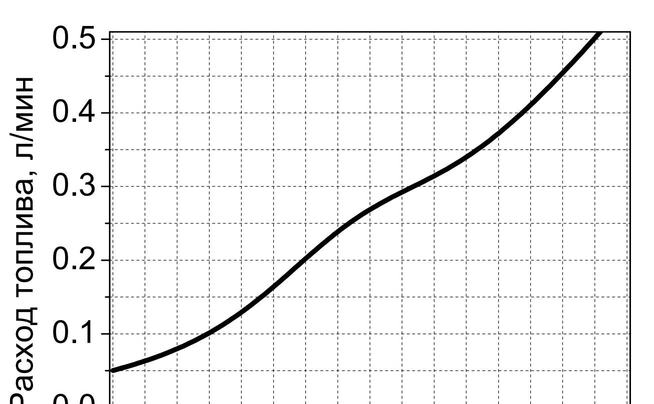
Смещение конца нити определяется из условия ее нерастяжимости (см. поясняющий рисунок справа). За время возрастания силы длина отрезка нити *слева* от блока будет *уменьшаться* как за счет растяжения пружины и подъема места соединения нити и пружины, так и за счет опускания блока. Значит, изменение длины этого отрезка нити составит $(-x_1 - x_2)$ (+1 балл). Длина отрезка нити с другой стороны блока будет *увеличиваться* за счет вытягивания конца нити на x_3 (это и есть искомое смещение конца нити), а также будет *уменьшаться* за счет опускания блока на те же x_2. Значит, изменение длины этого отрезка нити составит $(x_3 - x_2)$ (+1 балл). Длина части нити, которая прилегает к блоку, в условиях задачи остается постоянной.

Так как полная длина нити считается неизменной, т. е. сумма изменений длин всех отрезков нити равна нулю, то получаем, что $(-x_1 - x_2 + x_3 - x_2) = 0$ (+1 балл).

Таким образом, $x_3 = x_1 + 2 \cdot x_2 = \frac{F}{3k} + 2 \cdot \frac{2F}{k} = \frac{13 \cdot F}{3k}$ (+2 балла).

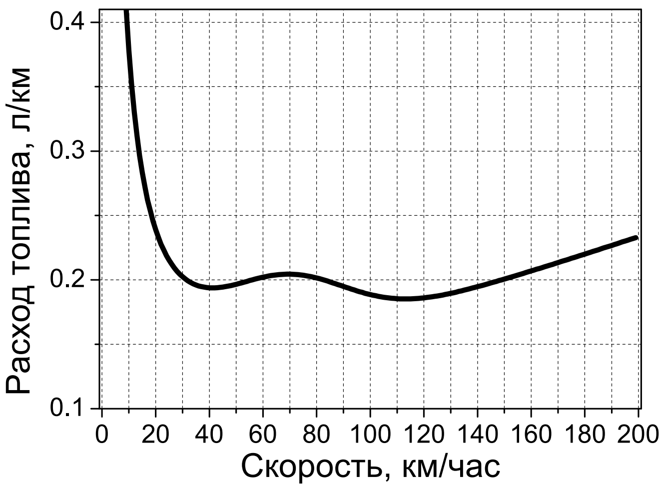
Наличие массы блока на результат не влияет, так как это приведет только к ненулевой деформации верхней пружины при нулевой внешней силе. Когда эта сила увеличится до значения F, дополнительное растяжение пружины все равно составит $x_2 = \frac{2F}{k}$ (+ 1 балл).

3) На графике справа показано, как объем топлива, расходуемого каждую минуту работающим двигателем автомобиля, зависит от скорости движения этого автомобиля. По этим данным постройте (приближенно) график, который показывает, как от скорости автомобиля зависит объем топлива (в литрах), которое будет израсходовано этим автомобилем за 1 км пути. С какой скоростью следует перемещаться такому автомобилю на заданное расстояние для максимальной экономии топлива? *Указание: для построения требуемого графика рассчитайте расход на километр пути для нескольких, желательно около 10, значений скорости автомобиля.*



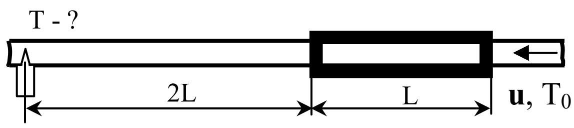
Решение: Если при данной скорости V (км/час) двигатель расходует N литров топлива каждую минуту, то за время T (в минутах) автомобиль израсходует NT литров топлива и проедет расстояние, равное $V\cdot(T/60)$ километров (+1 балл). В приведенном выражении есть размерный множитель 60 мин/час для того, чтобы привести все к единой размерности.

Таким образом, на каждый километр будет израсходовано $NT\cdot 60/(V\cdot T)= 60N/V$ литров топлива (+2). Требуемый график зависимости объемного расхода топлива на каждый километр показан справа.



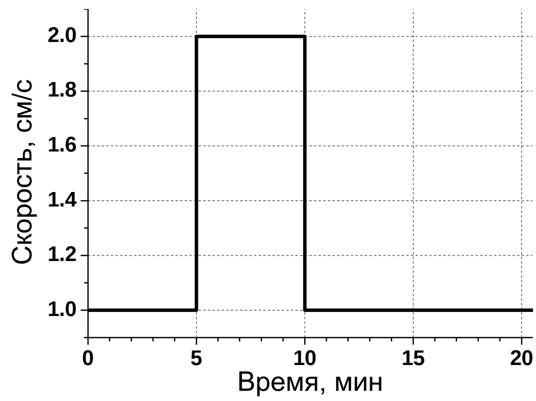
За аккуратно выполненный и правильный график ставится +5 баллов. Минимум объемного расхода получается при скорости 113 км/час (+2 балла за точность в пределах 6 км/час). Если в результате ошибочного построения графика значение оптимальной скорости определено как 40 км/час (+/- 3 км/час), то за график и ответ ставится 3 балла.

4) Вода с температурой T_0=20 °C течет по трубе постоянного сечения 2.38 см^2. На участке трубы длиной L=1 м включен нагреватель.

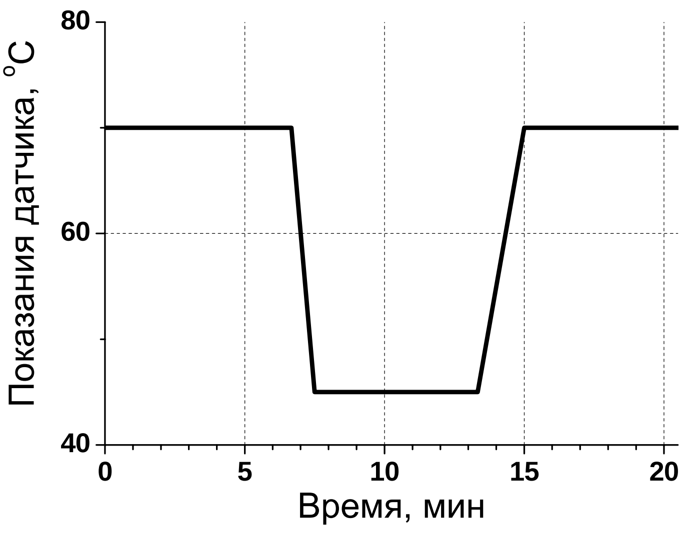


а) Известно, что температура той воды, которая находится внутри нагревателя, увеличивается на 1°C каждые 2 секунды. Какая тепловая мощность N передается нагревателем воде?

б) На расстоянии 2L от нагревателя расположен датчик температуры, который показывает температуру воды в градусах Цельсия. Из-за перепадов давления скорость жидкости **u** в трубе изменялась так, как показано на графике справа. Изобразите на той же, от 0 до 20 мин, шкале зависимость показаний датчика температуры от времени. Плотность ρ и теплоемкость C воды считать постоянными. Теплообменом воды с окружающей средой (кроме нагревателя) пренебречь.



Решение. а) Объем воды, полностью заполняющий нагреватель, равен V=238 см^3. Для увеличения температуры всей воды в нагревателе на величину ΔT надо передать ей энергию, равную $Q=V\rho C\cdot\Delta T$. В условия задачи это составит $238\cdot 10^{-6}\cdot 1000\cdot 4200\cdot 1\approx 1000$ Дж (+1 балл). Такое количество энергии передается воде за время t=2 сек, то есть мощность составляет N=Q/t=500 Вт (+ 1 балл).



б) До того, как скорость воды начала меняться, каждая порция воды проходила через нагреватель за 100 сек, и ее температура менялась на 50 °C, т.е.

показания датчика составляли 70 ^{o}C (+1). Так как вода практически несжимаема, то скорость движения воды изменяется по всей трубе практически одновременно.

Поэтому при изменении скорости движения воды от 1 до 2 см/сек вода находится внутри нагревателя меньше времени. Если рассматривать порцию воды, которая еще не была в нагревателе, то это время в два раза меньше, чем раньше, т.е. вода подогревается на 25 ^{o}C (+1). Кроме этого, вода проходит расстояние от нагревателя до датчика вдвое быстрее, за 100 сек (+1). При обратном изменении температуры происходят обратные изменения, в частности, время прохождения воды от нагревателя до датчика увеличивается вдвое (+1, если отражено на графике). Еще надо учитывать, что в моменты изменений скорости часть воды уже находится внутри подогревателя, поэтому такие порции воды подогреваются до промежуточной температуры, между 45 ^{o}C и 70 ^{o}C, в зависимости от времени пребывания внутри нагревателя. Таким образом, график зависимости показаний датчика, т.е. измеренной температуры воды, от времени имеет вид, показанный на рисунке (+4 балла). Баллы за график снижаются, если на графике неправильно показаны моменты начала изменения и установления показаний (по 1 баллу за каждое).

5) Задача-эксперимент

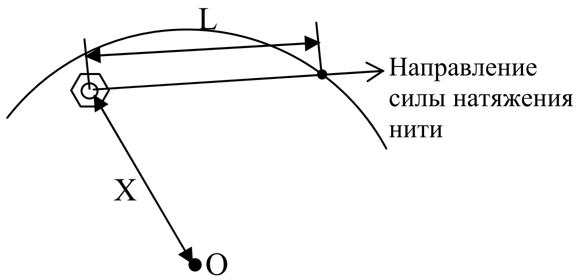
В данной задаче для *подготовки* к опыту предлагается провести следующие действия:

а) взять лист бумаги не слишком маленьких размеров, положить на ровную горизонтальную поверхность и нарисовать на нем окружность по возможности большого радиуса (>10 см);

б) взять маленький предмет (гайку и пр.), который сам не может катиться по бумаге, а только скользит;

в) привязать к предмету нитку и отметить на ней любое место, которое отстоит от предмета на расстояние, меньшее радиуса нарисованной окружности. Участок нити между предметом и отмеченной точкой будем называть рабочим участком;

г) разместить оборудование на листе так, чтобы нить была натянута, а край рабочего участка, т.е. отмеченное место, *находился* на нарисованной окружности;



Указание: вместо отметки (узелком, скотчем и т.п.) можно продеть нить через ушко иголки, пропустить нить через отверстие для кончика стержня обычной шариковой ручки и т.п. Тогда краем рабочего участка будет считаться место крепления нитки к ушку иголки и т.п. Важно сделать так, чтобы было фиксировано и известно расстояние L между центром предмета и другим местом крепления нити, т.е. длина рабочего участка, которая не должна самопроизвольно меняться!

Для *проведения* опыта требуется:

а) медленно перемещать край рабочего участка нити таким образом, чтобы он двигался строго по нарисованной окружности;

б) После двух оборотов заметить положение предмета, измерить расстояние между предметом и центром окружности X, занести значение X в таблицу;

в) проделать то же самое с нитками других размеров, не забыв аккуратно подписать на листе, какая траектория какой длине нити соответствует.

Для анализа результатов измерений построить график зависимости расстояния предмета до центра окружности (X) от длины рабочего участка нити (L).

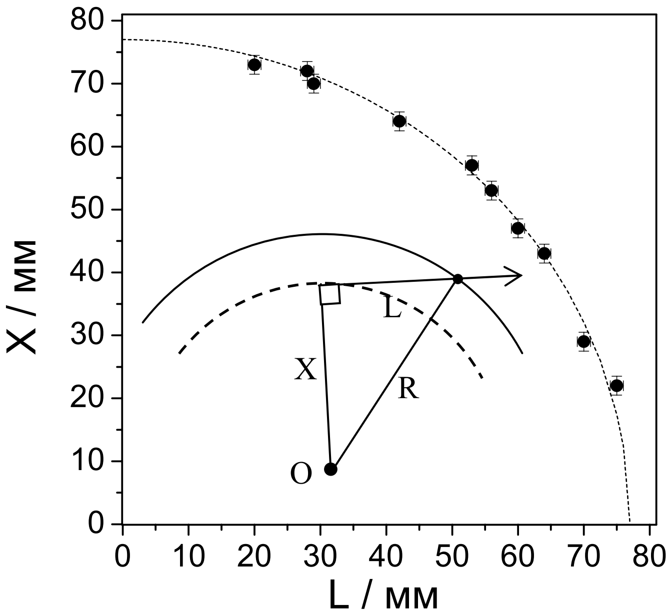
Решением этой задачи считается приведение результатов измерений в виде фотографии нарисованных окружностей, отмеченных положений предмета, а также графика зависимости X(L).

Что можно сказать о траекториях предмета через некоторое время после начала движения? Можете ли предложить объяснения этому? *Совет*. Результаты измерений будут иметь бо́льшую ценность, если провести несколько разных измерений и изобразить результаты на одном и том же графике (различая их по цвету или форме). Например, можно проверить, как изменится результат, если взять груз с другой массой.

Пример решения:

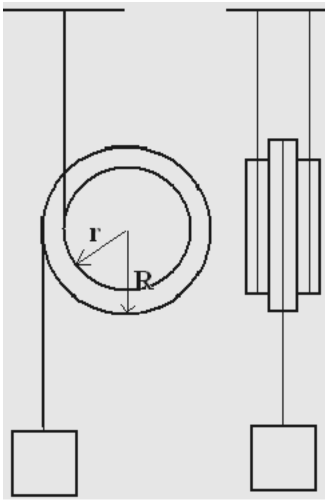
На приведенном графике точками показаны результаты измерений величин X при различных L. Кроме этого, пунктирной линией показана зависимость X(L), если эти величины связаны соотношением $X^2=R^2-L^2$. На вставке показано, что такое соотношение возникает, когда предмет двигается по окружности с радиусом X и с центром в точке O, т.е. с тем же центром, что и у первоначально нарисованной окружности. При этом предмет двигается в том же самом направлении, которое имеет натянутая нить, а это направление, в свою очередь, перпендикулярно направлению на центр окружности.

Баллы за приведенный график снижаются, если точек мало (<6) или точность измерений почему-то слишком велика.



Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников 2015-2016 Решения 9 класс

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,59 округляется до 329; 1,006 – до 1,01. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.



1. Радиус средней части ворота R = 35 см, радиус выступов r = 30 см. К вороту прикреплены нерастяжимые нити: две привязаны к потолку и намотаны на выступы, на среднюю часть ворота намотана нить с грузом на конце (см. рис.). В каком направлении и с какой скоростью u (в м/с) движется ось ворота, если груз опускается по вертикали со скоростью v = 0,2 м/с?

Возможное решение

При опускании груза ворот поворачивается против часовой стрелки с некоторой угловой скоростью ω. Тогда со средней части нить сматывается, а на выступы нити наматываются. Поэтому ось ворота поднимается **вверх** со скоростью u = ωr. Относительно оси груз опускается за единицу времени на w = ωR, столько при повороте освобождается нити. Так как ось поднимается со скоростью u = ωr, то скорость груза v = w – u = ω(R – r). Откуда, исключая ω, находим u = vr/(R – r) = 1,2 м/с.

Ответ: Вверх, u = 1,2 м/с (или) вверх, 1,2.

2. Падающий камень пролетел верхнюю половину пустого колодца за время $t_1 = 0{,}22$ с, а нижнюю – за время $t_2 = 0{,}20$ с. Какова скорость камня перед ударом о дно (в м/с)? Ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2.

Возможное решение

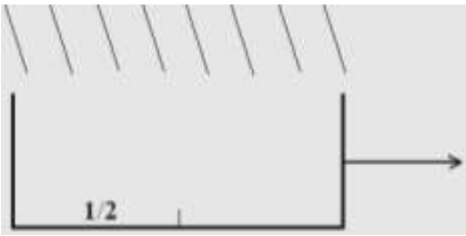
Пусть камень начал падать с высоты H от дна колодца глубины h. Естественно H > h. Если t время полёта камня до дна из точки, где его отпустили, то искомая скорость v = gt.

Выразим перемещения от начальной точки до дна, до середины колодца и до верхней его точки:

$$gt^2/2 = H;\ g(t - t_2)^2/2 = H - h/2;\ g(t - t_1 - t_2)^2/2 = H - h.$$

Откуда, исключая H и h, находим $t = (t_1^2 + 2t_1t_2 - t_2^2)/2(t_1 - t_2) = 2{,}41$ с, а искомая скорость v = gt = 23,6 м/с.

Ответ: v = 23,6 м/с.

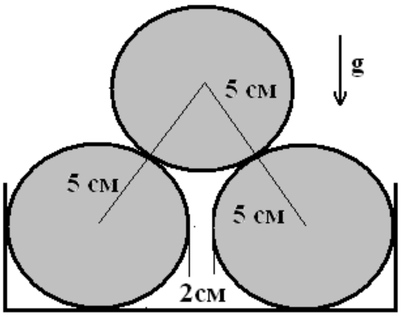


3. Если открытый яшик движется по горизонтали вправо со скоростью $v_1 = 1{,}5$ м/с, то капли дождя ударяют по всей левой стенке, но не попадают прямо на дно. Когда скорость снизили до $v_2 = 1$ м/с, то под ударами капель оказалась половина дна ящика от левой стенки. Какая часть дна окажется под ударами капель, если скорость снизить до $v_3 = 0{,}5$ м/с? А если ящик остановить? Капли летят с одинаковой по величине и направлению скоростью.

Возможное решение

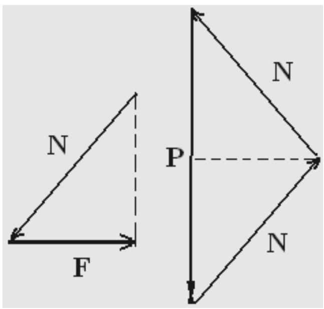
Граничный случай – капля пролетает через верхнюю точку правой стенки. Время полёта до дна t во всех случаях одинаково, оно определяется вертикальной скоростью капель и не зависит от горизонтальной скорости ящика. Расстояние от правой стенки до места падения на дно в первом случае $v_1t - ut = L$, где u скорость капли по горизонтали, а L длина дна. Во втором случае $v_2t - ut = L/2$. Отсюда находим $u = 2v_2 - v_1 = 0{,}5$ м/с, а $ut = L/2$. В третьем случае $v_3 = 0{,}5$ м/с $= u$ граничная капля попадает на дно у передней стенки, то есть **всё дно** оказывается под ударами капель. Для неподвижного ящика от прямого попадания защищает уже левая стенка, и граница попадания находится от неё на расстоянии $ut = L/2$. То есть под ударами оказывается **половина дна**.

Ответ: всё дно; половина дна (или 1; 1/2).



4. В лотке лежат три однородных цилиндра радиуса $r = 5$ см и веса $P = 400$ Н каждый с зазором $d = 2$см между нижними цилиндрами. С какой силой F (в ньютонах) они давят на вертикальные стенки лотка, если трение пренебрежимо мало?

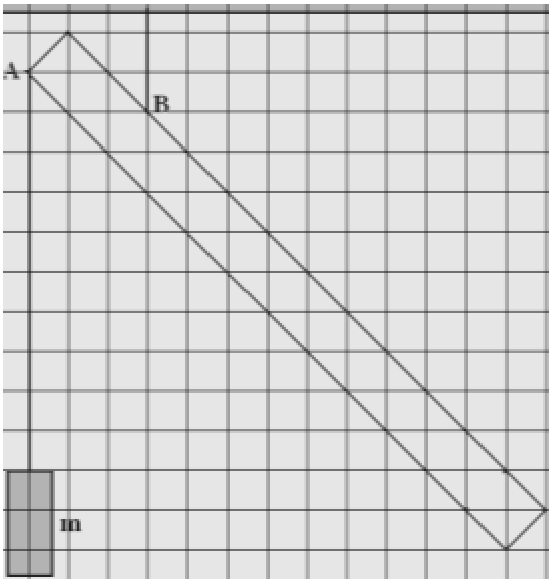
Возможное решение



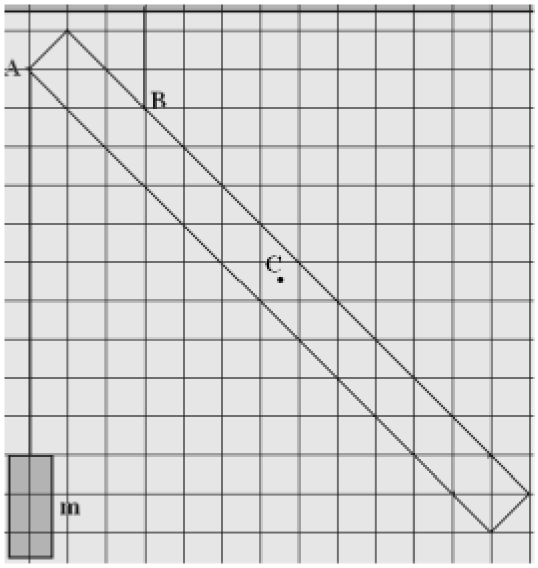
В равнобедренном треугольнике с вершинами в центрах цилиндров боковые стороны $2r = 10$ см, а основание $L = 2r + d = 12$ см. Найдём из теоремы Пифагора высоту этого треугольника: $h = 8$ см.

Сила нормального давления со стороны верхнего цилиндра на левый N направлена по прямой, соединяющей центры этих цилиндров. Горизонтальная составляющая силы N уравновешена силой давления F со стороны стенки. Из подобия треугольника сил половинке равнобедренного треугольника со сторонами $2r$ и L имеем $F/N = L/4r$ (рис.слева).Из равновесия верхнего цилиндра имеем $N/P = 2r/2h$, силы нормального давления со стороны левого и правого цилиндра одинаковы по величине и направлены, как показано на рис. справа. Тогда $F = LP/4h = 150$ Н.

Ответ: $F = 150$ Н или 150.



5. К точке А трубы привязан груз массы m = 35 кг, она висит наклонно на шнуре, прикреплённом к точке В (см. рис). Какой массы груз (в кг) нужно привязать к точке А, чтобы труба висела горизонтально?



Возможное решение

Пусть масса трубы m_o. Отметим точкой С на рис. центр масс трубы, точку приложения действующей на неё силы тяжести. Из равновесия моментов сил тяжести груза и трубы относительно В имеем: $m \cdot 3l = m_o \cdot 3{,}5l$, где l длина стороны клеточки на рисунке. Отсюда находим $m_o = 6m/7 = 30$ кг. В горизонтальном положении плечо силы тяжести, действующей на груз искомой массы М в два раза меньше плеча силы тяжести трубы, точка приложения которой середина оси трубы. Поэтому $M = 2\ m_o = 60$ кг.

Ответ: 60 кг.

6. Слиток объёма V = 2 литра плавает в цилиндрическом сосуде с ртутью, погрузившись в неё на половину. Когда в сосуд налили воду и весь слиток оказался под водой, уровень ртути в сосуде понизился на h = 8 мм. Какова площадь сечения сосуда (в см^2)? Плотность ртути в 13,6 раз больше плотности воды: $\rho = 13{,}6\rho_o$.

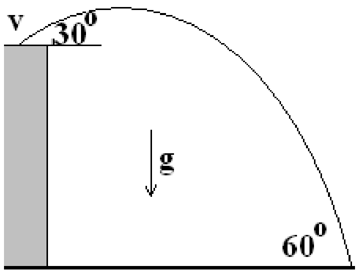
Возможное решение

1-й случай, когда в сосуде нет воды. Из закона Архимеда масса слитка равна массе вытесненной ртути $m = \rho V/2$.

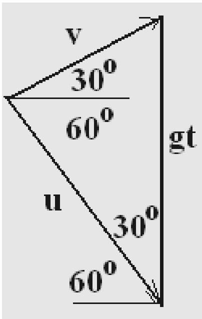
2-й случай, когда в сосуде над ртутью налита вода. Если объём, погружённой в ртуть части слитка, V_1, то из неизменности массы и объёма слитка и закона Архимеда имеем: $\rho_o(V - V_1) + \rho V_1 = \rho V/2$. Из неизменности объёма ртути в сосуде: $V/2 - V_1 = Sh$.

Тогда окончательно $S = \rho_o V/2(\rho - \rho_o)h = 2 \cdot 10^3/2 \cdot 12{,}6 \cdot 0{,}8 \cong 99{,}2$ см^2.

Ответ: S = 99,2 см^2



7. Камень бросили с крыши дома под углом 30^o к горизонтали со скоростью v = 25 м/с. Перед ударом о землю его скорость направлена под углом 60^o к горизонтали. Какова высота дома (в м)? Ускорение свободного падения g = 9,8 м/с^2.



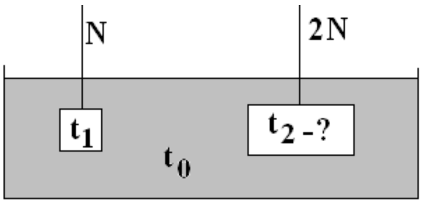
Возможное решение

Вектор конечной скорости **u = v + g**t (рис.), где t время полёта. Из данных об углах видим, что v является катетом, противолежащим углу 30^o в прямоугольнике треугольнике с гипотенузой gt. Тогда gt = 2v, а t = 2v/g.

Для перемещения по вертикали имеем:

$h = gt^2/2 - vt/2 = v^2/g = 63{,}7$ м.

Ответ: 63,7 м .

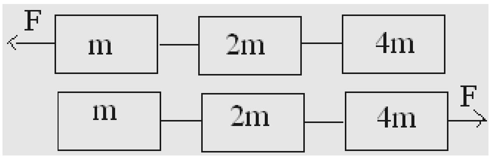


8. Сосуды в виде куба с ребром *a* и параллелепипеда с рёбрами 2*a*x*a*x*a* полностью заполнены водой и погружены в проточную воду с температурой $t_0 = 7^oC$. Нагреватель в первом сосуде передаёт воде в нём тепловую мощность N, а нагреватель во втором сосуде – мощность $N_2 = 2N$. Найдите температуру t_2 воды во втором сосуде, если температура воды в первом $t_1 = 15^oC$. Поток тепла через единицу площади стенки сосуда пропорционален разности температур воды внутри и снаружи.

Возможное решение

Площади поверхности первого и второго сосуда $S_1 = 6a^2$ и $S_2 = 10a^2$. Поток тепла пропорционален площади и разности температур. В стационарном режиме потоки тепла равны поступающей мощности. Таким образом имеем $N = 6a^2\alpha(t_1 - t_0)$ и $2N = 10a^2\alpha(t_2 - t_0)$, где α коэффициент пропорциональности. Отсюда получаем уравнение $6(t_1 - t_0) = 5(t_2 - t_0)$. Тогда искомая температура $t_2 = 1{,}2t_1 - 0{,}2t_0 = 16{,}6^oC$.

Ответ: $t_2 = 16{,}6^oC$.



9. Тела масс m, 2m и 4m связаны лёгкими нерастяжимыми нитями. В первом случае силу F приложили к телу m, во втором – к телу 4m. Во сколько раз сила натяжения нити между m и 2m в первом случае больше, чем во втором? Других внешних сил нет.

Возможное решение

Применим 2-й закон Ньютона к системе в целом: 7m*a* = F как в первом, так и во втором случае. Найдём T_1 из 2-го закон в применении к «хвосту» 2m + 4m: T_1 = 6m*a*. Во втором случае «хвост» это тело массы m и T_2 = 6m*a*. Ускорения в этих случаях одинаково и соответственно $T_1/T_2 = 6$.

Ответ: 6

10. Два резиновых шнура соединены в один. Он привязан двумя концами к стене и проходит через легкий блок без трения. Длина первого шнура в нерастянутом состоянии L_1 = 95 см, жёсткость k_1 = 0,9 Н/см, второго L_2 = 105 см и k_2 = 1,1 Н/см. С какой силой F (в Н) надо тянуть за блок, чтобы длины растянутых шнуров стали равны? Найдите эту длину в см.

Возможное решение

Для блока без трения натяжения верхней и нижней частей шнура одинаковы и равны F/2. Из закона Гука тогда $k_1(L – L_1) = F/2$ и $k_2(L – L_2) = F/2$, где L искомая длина. Исключая F, находим $L = (k_2L_2 – k_1L_1)/(k_2 – k_1)$ = 150 см; а тогда $F = 2k_2k_1(L_2 – L_1)/(k_2 – k_1)$ = 99 Н.

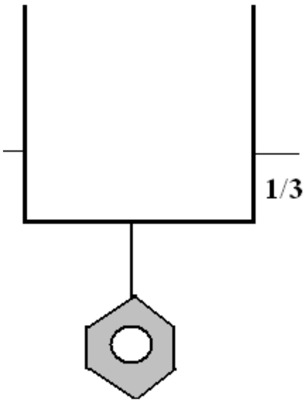
Ответ: 99 Н; 150 см или 99; 150.

11. В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов. Если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице решение уже не проверяется!

№ задачи	Ответ
1.	**Вверх; u = 1,2 м/с (или) вверх; 1,2.**
2.	**23,6 м/с или 23,6**
3.	**всё дно; половина дна (или 1; 1/2).**
4.	**F = 150 Н или 150**
5.	**60 кг или 60**
6.	**99,2 см^2 или 99,2**
7.	**63,7 м или 63,7**
8.	**t_2 = 16,6^{o}C или 16,6**
9.	**6**
10.	**99 Н; 150 см или 99; 150**

Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников
2015-2016 решения 10 класс

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,59 округляется до 329; 1,006 – до 1,01. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.



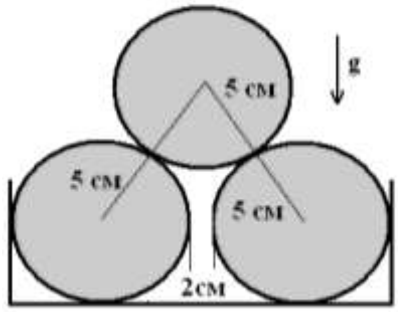
1. Пустая банка плавает в воде, погрузившись в неё на одну четверть объёма. Если поместить пластмассовую гайку в банку, то банка плавает, погрузившись в воду наполовину. Если гайка, привязанная к банке на нити, опущена в воду и не достаёт дна, то банка погружена в воду на треть. Во сколько раз плотность материала гайки больше плотности воды?

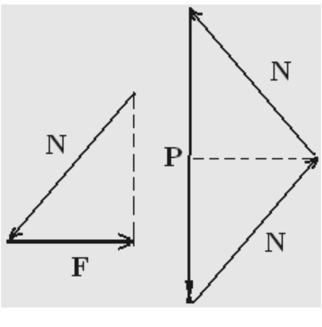
Возможное решение

Масса банки равна массе вытесненной воды $m = \rho_o V_o/4$, где V_o объём банки. Масса гайки m равна массе банки, поскольку при гайке в банке удваивается вытесненный объём. В последнем случае суммарный вытесненный объём $V + V_o/3 = V_o/2$ – ведь общая масса неизменилась. Тогда объём гайки $V = V_o/2 – V_o/3 = V_o/6$, а $\rho = m/V = (3/2)\rho_o$ или ρ/ρ_o.= 1,5.

Ответ: 1,5

2. В лотке лежат три однородных цилиндра радиуса r = 5 см и веса P = 400 Н каждый с зазором d = 2см между нижними цилиндрами. С какой силой F (в Н) они давят на вертикальные стенки лотка, если трение пренебрежимо мало?



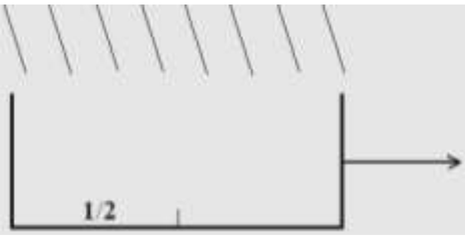


Возможное решение

В равнобедренном треугольнике с вершинами в центрах цилиндров боковые стороны 2r = 10 см, а основание L = 2r + d = 12 см. Найдём из теоремы Пифагора высоту этого треугольника: h = 8 см.

Сила нормального давления со стороны верхнего цилиндра на левый N направлена по прямой, соединяющей центры этих цилиндров. Горизонтальная составляющая силы N уравновешена силой давления F со стороны стенки. Из подобия треугольника сил половинке равнобедренного треугольника со сторонами 2r и L имеем F/N = L/4r (рис.слева).Из равновесия верхнего цилиндра имеем N/P = 2r/2h, силы нормального давления со стороны левого и правого цилиндра одинаковы по величине и направлены, как показано на рис. справа. Тогда F = LP/4h = 150 Н.

Ответ: F = 150 Н или 150.

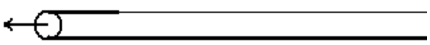


3. Если открытый яшик движется по горизонтали вправо со скоростью v_1 = 1,5 м/с, то капли дождя ударяют по всей левой стенке, но не попадают прямо на дно. Когда скорость снизили до v_2 = 1 м/с, то под ударами капель оказалась половина дна ящика от левой стенки. Какая часть дна окажется под ударами капель, если скорость снизить до v_3 = 0,5 м/с? А если ящик остановить? Капли летят с одинаковой по величине и направлению скоростью.

Возможное решение

Граничный случай – капля пролетает через верхнюю точку правой стенки. Время полёта до дна t во всех случаях одинаково, оно определяется вертикальной скоростью капель и не зависит от горизонтальной скорости ящика. Расстояние от правой стенки до места падения на дно в первом случае $v_1t – ut = L$, где u скорость капли по горизонтали, а L длина дна. Во втором случае $v_2t – ut = L/2$. Отсюда находим $u = 2v_2 – v_1$ = 0,5 м/с, а $ut = L/2$. В третьем случае v_3 = 0,5 м/с = u граничная капля попадает на дно у передней стенки, то есть **всё дно** оказывается под ударами капель. Для неподвижного ящика от прямого попадания защищает уже левая стенка, и граница попадания находится от неё на расстоянии $ut = L/2$. То есть под ударами оказывается **половина дна**.

Ответ: всё дно; половина дна (или 1; 1/2).



4. Два резиновых шнура соединены в один. Он привязан двумя концами к стене и проходит через легкий блок без трения. Длина первого шнура в нерастянутом состоянии L_1 = 95 см, жёсткость k_1 = 0,9 Н/см, второго L_2 = 105 см и k_2 = 1,1 Н/см. С какой силой F (в Н) надо тянуть за блок, чтобы длины растянутых шнуров стали равны? Найдите эту длину в см.

Возможное решение

Для блока без трения натяжения верхней и нижней частей шнура одинаковы и равны F/2. Из закона Гука тогда $k_1(L – L_1) = F/2$ и $k_2(L – L_2) = F/2$, где L искомая длина. Исключая F, находим $L = (k_2L_2 – k_1L_1)/(k_2 – k_1)$ = 150 см; а тогда $F = 2k_2k_1(L_2 – L_1)/(k_2 – k_1)$ = 99 Н.

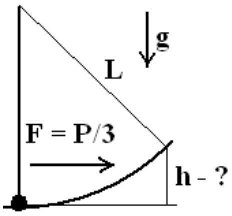
Ответ: 99 Н; 150 см или 99; 150.

5. Бруски равных масс стоят на горизонтальному полу, соприкасаясь друг с другом. Когда их толкнули вправо со скоростью v_o, первый остановился, пройдя расстояние L_1 = 60 см, а второй – расстояние L_2 = 40 см. Какие расстояния x_1 и x_2 до остановки они прошли бы, если их с той же скоростью толкнуть влево?

Возможное решение

Расхождение брусков просходит из-за различия ускорений при торможении, вызванного различием коэффициентов трения: $a_1 = \mu_1 g < a_2 = \mu_2 g$. Тогда $2\mu_1 g L_1 = v_o^2$; $2\mu_2 g L_2 = v_o^2$. При толчке влево соприкосновение брусков не исчезнет вплоть до остановки, у них будут одинаковые ускорения и пройденные расстояния $x_1 = x_2 = x$. Ускорение, найденное в этом случае из 2-го закона Ньютона $2ma = (\mu_1 + \mu_2)mg$ и $a = (\mu_1 + \mu_2)g/2$. Поскольку $(\mu_1 + \mu_2)gx = v_o^2$, то сучётом предыдущих соотношений $x = 2L_2L_1/(L_2 + L_1)$ = 48 см

Ответ: $x_1 = x_2$ = 48 см.

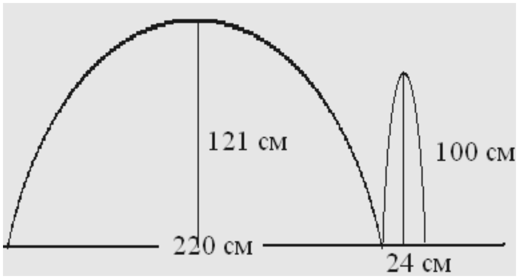


6. Точечный груз веса P висит на нерастяжимой нити длины L = 55 см. На груз начинает действовать постоянная в дальнейшем горизонтальная сила F = P/3. Какова наибольшая высота подъёма груза (в см) при возникших колебаниях?

Возможное решение

В крайних точках скорость нулевая. Поэтому суммарная работа нулевая, то есть $Fx = Ph$, где x смещение по горизонтали. Из неизменности длины нити $(L - h)^2 + x^2 = L^2$. Отсюда при заданном отношении сил находим $h = L/5$ = 11 см.

Ответ: h = 11 см.



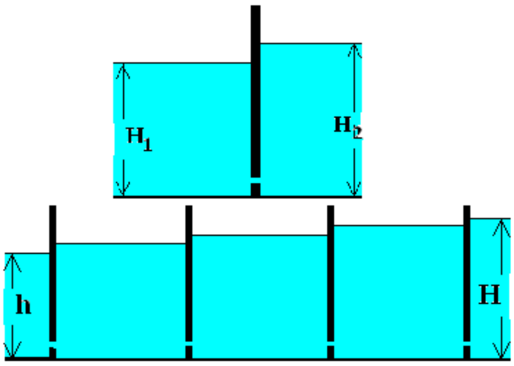
7. На рисунке даны горизонтальные и вертикальные размеры отрезков траектории центра мяча до и после удара о пол. Найдите коэффициент трения между полом и мячом, если мяч не вращается. Столкновение считать почти мгновенным. Влиянием воздуха пренебречь.

Возможное решение

По рисунку в условии вертикальные и горизонтальные размеры следующие H_1 = 121 см; H_2 = 100 см; L_1 = 220 см; L_2 = 24 см; Пусть t_1 и t_2 время полёта от верхней точки траекторий до пола. Тогда для скоростей по вертикали до и после удара: $u_1 = gt_1$; $u_2 = gt_2$. Скорости же по горизонтали $v_1 = L_1/2t_1$ и $v_2 = L_2/2t_2$. Поскольку $H_1 = gt_1^2/2$ и $H_2 = gt_2^2/2$, то отсюда найдём все указанные скорости.

При «мгновенном» ударе сила нормального давления N много больше силы тяжести и изменение импульса мяча по вертикали $m(u_1 + u_2) = N\tau$, где τ время контакта при ударе. Сила трения при проскальзывании $F = \mu N$, тогда изменение импульса по горизонтали за время контакта $m(v_1 - v_2) = F\tau = \mu N\tau$. Отсюда получаем $\mu(u_1 + u_2) = v_1 - v_2$, а $\mu = (v_1 - v_2)/(u_1 + u_2)$ и окончательно $\mu = (L_1/\sqrt{H_1} - L_2/\sqrt{H_2})/4(\sqrt{H_1} + \sqrt{H_2}) \cong 0{,}210$.

Ответ: $\mu \cong 0{,}210$ или 0,210

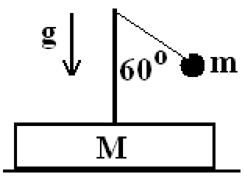


8. Канал между двумя озёрами перекрыт четырьмя щитами с отверстием внизу. В установившемся режиме уровни воды в озёрах h и H и в отсеках между щитами остаются постоянными. Объём ежесекундно проходящей через отверстие щита воды $q = \alpha\sqrt{H_2 - H_1}$, где H_2 и H_1 уровни воды справа и слева от шита, а коэффициент α одинаков для всех щитов. Во сколько раз возрастёт объёмный расход q, если вынуть два средних щита?

Возможное решение

В установившемся режиме объёмный расход q через отверстия во всех щитах один и тот же, а поэтому один и тот же перепад уровней ΔH на каждом щите. При 4 щитах поэтому $\Delta H = (H - h)/4$, а при 2 перепад $\Delta H = (H - h)/2$. Так как объёмный расход пропорционален корню квадратному из перепада уровня на одном щите, то он возрастёт в $\sqrt{2}$ раз $\cong 1{,}41$.

Ответ: $\sqrt{2} \cong 1{,}41$.



9. Шар массы m = 100 г привязан нитью к штативу массы M = 400 г и вращается вокруг вертикальной оси так, что нить образует угол 60° с вертикалью. При каком наименьшем коэффициенте трения между столом и штативом, штатив останется в равновесии?

Возможное решение

Ускорение шара горизонтально и вызывается горизонтальной составляющей натяжения нити T_x. Раз сумма сил по вертикали ноль, то вертикальная составляющая натяжения нити $T_y = mg$. Поскольку натяжение направлено вдоль нити, то $T_x = mg\,tg60^\circ = mg\sqrt{3}$. Сила нормального давления со стороны стола на штатив $N = Mg + T_y = (M + m)g$. Горизонтальная сила со стороны нити на штатив уравновешивается силой трения и $T_x = \mu N$ в граничном случае. Отсюда $\mu = m\sqrt{3}/(M + m) = \sqrt{3}/5 \cong 0{,}342$.

Ответ: $\mu = \sqrt{3}/5 \cong 0{,}342$ или 0,342

10. Твёрдую двуокись углерода называют сухим льдом, потому что он превращается в газ, минуя жидкое состояние. В любом месте с единицы поверхности сухого льда испаряется за единицу времени одна и та же масса q углекислого газа CO_2. Кубик сухого льда со стороной L, подвешенный на нити, полностью испаряется за время $t_o = 45$ минут. Через сколько минут испарится подвешенный на нити цилиндр радиуса $R = 3L$ и высоты $H = 4L$?

Возможное решение

Рассмотрим малый участок поверхности площади S. За малое время dt с него испарится масса $dm = qSdt$. Пусть толщина испарившегося слоя dh, тогда объём объём испарившегося льда $dV = Sdh = dm/\rho$, где ρ плотность сухого льда. Отсюда $qSdt/\rho = Sdh$ и тогда $dh/dt = q/\rho$, то есть граница льда движется с постоянной скоростью $u = q/\rho$ по перпендикуляру к поверхности. Из-за этого грани кубика приближаются к его центру со скоростью u, а кубик полностью испарится за время $t_o = L/2u$.

Что произойдёт с цилиндром? Его торцы приближаются к центру со скоростью u и радиус сокращается с той же скоростью. Радиус дошёл бы до нуля за время $R/u = 3L/u$, но высота цилиндра дойдёт до нуля раньше за время $t = H/2u = 2L/u$. Это время в четверо больше t_o, то есть $t = 180$ минут.

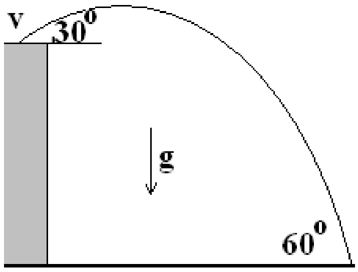
Ответ: 180 минут

11. В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов. Если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице решение уже не проверяется!

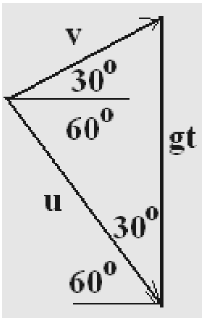
№ задачи	Ответ
1.	**1,5**
2.	**F = 150 Н или 150**
3.	**всё дно; половина дна (или 1; 1/2).**
4.	**99 Н; 150 см или 99; 150**
5.	**$x_1 = x_2 = 48$ см или перемещения равны 48 см**
6.	**h = 11 см или 11**
7.	**$\mu \cong 0{,}210$ или 0,210**
8.	**$\sqrt{2} \cong 1{,}41$**
9.	**$\mu = \sqrt{3}/5 \cong 0{,}342$ или 0,342**
10.	**180 минут или 180**

Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников 2015-2016 Решения 11 класс

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,59 округляется до 329; 1,006 – до 1,01. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.



1. Камень бросили с крыши дома под углом 30^o к горизонтали со скоростью v = 25 м/с. Перед ударом о землю его скорость направлена под углом 60^o к горизонтали. Какова высота дома (в м)? Ускорение свободного падения g = 9,8 м/c^2.



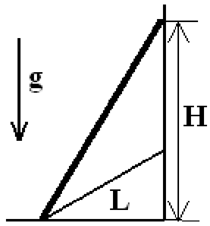
Возможное решение

Вектор конечной скорости **u = v + g**t (рис.), где t время полёта. Из данных об углах видим, что v является катетом, противолежащим углу 30^o в прямоугольном треугольнике с гипотенузой gt. Тогда gt = 2v, а t = 2v/g.

Перемещения по вертикали $h = gt^2/2 – vt/2 = v^2/g$ = 63,7 м.

Ответ: 63,7 м .

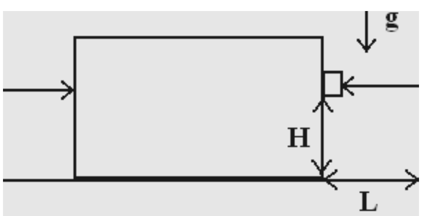
2. Однородный стержень веса P = 72 Н опирается на вертикальную стену на высоте H = 0,8 м от пола. Нижний конец стержня привязан к стене нитью длины L = 0,5 м. Каково натяжение нити (в Н), если трение стержня со стеной и полом пренебрежимо мало?



Возможное решение

Пусть φ угол между нитью и горизонталью. Из равновесия сил по горизонтали N = T*cos*φ, где N сила нормального давления со стороны стены, а T натяжение нити. Из равновесия моментов сил относительно нижнего конца стержня имеем NH = mgL*cos*φ/2. Отсюда T = mgL/2H = PL/2H = 22,5 Н.

Ответ: T = 22,5 Н или 22,5

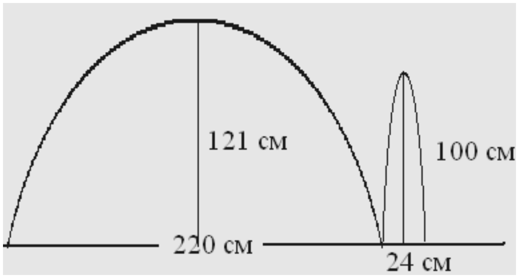


3. На высоте H = 11 см от пола к ящику прижата шайба. Коэффициент трения между ними μ = 0,3. На ящик действует горизонтальная сила F, равная силе, с которой давят на шайбу. Когда на шайбу перестают давить, система приходит в движение и при смещении ящика на L = 10 см шайба достигает пола. Сила F, действующая на ящик, неизменна. Найдите ускорение шайбы по горизонтали и вертикали. Ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2.

Возможное решение

Из 2-го закона Ньютона в применении к движению шайбы по горизонтали и вертикали $ma_x = N$; $ma_y = mg - \mu N$ (m, a_x и a_y масса и ускорения шайбы, N сила нормального давления со стороны ящика). Отношение ускорений по x и y равно отношению соответствующих перемещений: $a_x/a_y = L/H$. Из уравнений находим $a_x = gL/(H + \mu L) = 7$ м/с^2; $a_y = gH/(H + \mu L) = 7{,}7$ м/с^2.

Ответ: $a_x = 7$ м/с^2; $a_y = 7{,}7$ м/с^2 или 7 м/с^2; 7,7 м/с^2



4. На рисунке даны горизонтальные и вертикальные размеры отрезков траектории центра мяча до и после удара о пол. Найдите коэффициент трения между полом и мячом, если мяч не вращается. Столкновение считать почти мгновенным. Влиянием воздуха пренебречь.

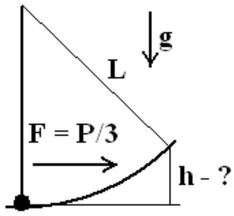
Возможное решение

По рисунку в условии вертикальные и горизонтальные размеры следующие $H_1 = 121$ см; $H_2 = 100$ см; $L_1 = 220$ см; $L_2 = 24$ см; Пусть t_1 и t_2 время полёта от верхней точки траекторий до пола. Тогда для скоростей по вертикали до и после удара: $u_1 = gt_1$; $u_2 = gt_2$. Скорости же по горизонтали $v_1 = L_1/2t_1$ и $v_2 = L_2/2t_2$. Поскольку $H_1 = gt_1^2/2$ и $H_2 = gt_2^2/2$, то отсюда найдём все указанные скорости.

При «мгновенном» ударе сила нормального давления N много больше силы тяжести и изменение импульса мяча по вертикали $m(u_1 + u_2) = N\tau$, где τ время контакта при ударе. Сила трения при проскальзывании $F = \mu N$, тогда изменение импульса по горизонтали за время контакта $m(v_1 - v_2) = F\tau = \mu N\tau$. Отсюда получаем $\mu(u_1 + u_2) = v_1 - v_2$, а $\mu = (v_1 - v_2)/(u_1 + u_2)$ и окончательно

$\mu = (L_1/\sqrt{H_1} - L_2/\sqrt{H_2})/4(\sqrt{H_1} + \sqrt{H_2}) \cong 0{,}210$

Ответ: $\mu \cong 0{,}210$ или 0,210

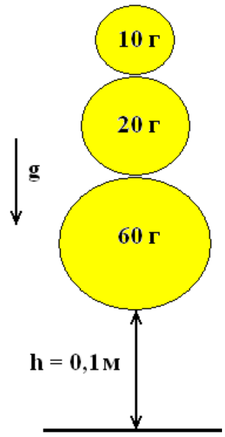


5. Точечный груз веса P висит на нерастяжимой нити длины L = 55 см. На груз начинает действовать постоянная в дальнейшем горизонтальная сила F = P/3. Какова наибольшая высота подъёма груза (в см) при возникших колебаниях?

Возможное решение

В крайних точках скорость нулевая, тогда суммарная работа нулевая и $Fx = Ph$, где x смещение по горизонтали. Из теоремы Пифагора $(L - h)^2 + x^2 = L^2$. Отсюда при заданном отношении сил находим $h = L/5 = 11$ см.

Ответ: h = 11 см.



6. Три шара указанных на рис. масс удерживают на высоте h = 0,1 м над полом. Их центры на одной вертикали, между шарами есть малые зазоры. Все шары одновременно отпускают. На какую наибольшую высоту (в м) от начального положения поднимется верхний шар, если все столкновения упругие, а временем столкновений можно пренебречь? Влияние воздуха не учитывать.

Возможное решение

Исходно шары падают с сохранением зазоров, вплоть до столкновения нижнего шара с полом. Скорости их перед ударом v, $v^2 = 2gh$. После упругого отражения от пола скорость нижнего шара изменит направление на противоположное, оставаясь прежней по величине. После этого происходит упругое столкновение нижнего и среднего шара, скорости которых одинаковы по величине и направлены навстречу друг другу. Из сохранения импульса и энергии имеем уравнения для скоростей после столкновения (v скорость до, u и w после столкновения)

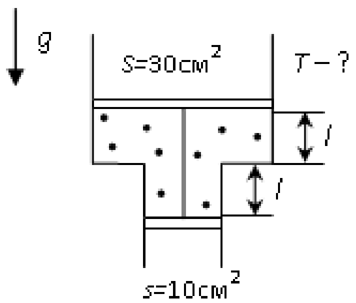
$$(M - m)v = mu + Mw; \ (M + m)v^2/2 = mu^2/2 + Mw^2/2,$$

при заданных массах уравнения сводятся к следующим:

$$2v = u + 3w; \ 4v^2 = u^2 + 3w^2.$$

Откуда u = 2v; w = 0! То есть нижний шарик останется неподвижным на полу, а средний начнёт подниматься вверх со скоростью u = 2v и столкнётся с верхним шариком имеющим скорость v, направленную вниз. Из сохранения импульса и энергии для этого столкновения при соотношении масс 2 к 1 получим, что и средний шарик остановится, а верхний полетит в вверх со скоростью 3v. Такая скорость отвечает высоте подскока на $9v^2/2g = 9h$. Поскольку от исходного положения верхний шарик к моменту удара опустился на h, то высота подъёма от начального положения H = 8h = 0,8 м.

Ответ: H = 0,8 м или 0,8

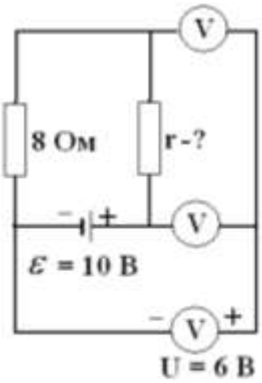


7. Вертикальная составная труба открыта сверху и снизу. Поршни в трубе соединены стержнем и находятся в равновесии. При температуре газа между поршнями T_0 = 300 К высота отсека сечения S = 30 см^2 равна высоте отсека сечения s=10 см^2. При медленном повышении температуры газа поршни поднимались, пока нижний поршень не поднялся чуть выше дна верхнего отсека трубы. Часть газа вышла через образовавшийся зазор. Когда между поршнями осталось 90% от исходного количества молей газа, зазор исчез. Найдите конечную температуру газа.

Возможное решение

Раз поршни в равновесии, то суммарная сила давления газа P(S – s) равна сумме остальных вертикальных сил – силы тяжести и сил атмосферного давления. Эти силы постоянны, то есть начальное и конечное давления газа одинаковы. Из уравнения состояния газа для начального и конечного состояний $P(S + s)l = \nu RT_o$, $2PSl = 0{,}9\nu RT$ $T = 2ST_o/0{,}9(S + s) = 500$ K.

Ответ: Т= 500К



8. В схему включены три одинаковых вольтметра с большим внутренним сопротивлением, идеальная батарея с ЭДС $\varepsilon = 10$ В и резисторы, один с сопротивлением $r_1 = 8$ Ом и другой с неизвестным сопротивлением r. Найдите r, если нижний вольтметр показывает напряжение U = 6 В. Его полярность указана на схеме.

Возможное решение

Нумеруем вольтметры снизу вверх, напряжение на нижнем $U_1 = U$. Тогда $U_1 + U_2 = \varepsilon$, и $U_2 = \varepsilon - U_1 = 4$ В. Ток через нижний вольтметр складывается из токов через два верхних: $i_1 = i_2 + i_3$. При одинаковых сопротивлениях вольтметров тогда $U_1 = U_2 + U_3$, и тогда $U_3 = 2$ В. Напряжение на первом резисторе $I_1r_1 = U_3 + U_1 = 8$ В, а тогда ток $I_1 = 1$ А. Ток, идущий через второй резистор, $I_2 = I_1 - i_3 = I_1 - U_3/R$, где R сопротивление вольтметра. Поскольку оно велико, то можно считать $I_2 \cong I_1 = 1$ А. Так как напряжение на втором резисторе $I_2r = U_2 - U_3$, то $r \cong 2$ Ом.

Ответ: 2 Ом.

9. Твёрдую двуокись углерода называют сухим льдом, потому что он превращается в газ, минуя жидкое состояние. В любом месте с единицы поверхности сухого льда испаряется за единицу времени одна и та же масса q углекислого газа CO_2. Кубик сухого льда со стороной L, подвешенный на нити, полностью испаряется за время $t_o = 45$ минут. Через сколько минут испарится подвешенный на нити цилиндр радиуса R = 3L и высоты H = 4L?

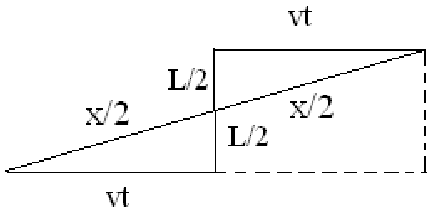
Возможное решение

Рассмотрим малый участок поверхности площади S. За малое время dt с него испарится масса $dm = qSdt$. Пусть толщина испарившегося слоя dh, тогда объём объём испарившегося льда $dV = Sdh = dm/\rho$, где ρ плотность сухого льда. Отсюда $qSdt/\rho = Sdh$ и тогда $dh/dt = q/\rho$, то есть граница льда движется с постоянной скоростью $u = q/\rho$ по перпендикуляру к поверхности. Из-за этого грани кубика приближаются к его центру со скоростью u, а кубик полностью испарится за время $t_o = L/2u$.

Что произойдёт с цилиндром? Его торцы приближаются к центру со скоростью u и радиус сокращается с той же скоростью. Радиус дошёл бы до нуля за время $R/u = 3L/u$, но высота цилиндра дойдёт до нуля раньше за время $t = H/2u = 2L/u$. Это время в четверо больше t_o, то есть t = 180 минут.

Ответ: 180 минут

10. Две шайбы массы m = 200 г каждая связаны нитью длины L = 50 см и движутся по кругу на льду. Натяжение нити равно T = 15 Н. В некоторый момент нить разорвалась. Найти расстояние между шайбами (в см) через время t = 0,1 с после разрыва. Трением и размером шайб пренебречь.



Возможное решение

Вращение происходит вокруг центра масс по окружности радиуса R = L/2. При скорости v ускорение $a = v^2/R$. Из 2-го закона Ньютона в применении к одному из тел имеем ma = T; откуда находим $v^2 = TR/m = TL/2m$. После разрыва нити тела летят перпендикулярно отрезку L в противоположные стороны и за искомое t смещаются на vt (рис.). Таким образом искомое расстояние x равно гипотенузе в прямоугольном треугольнике с катетами L и 2vt. Из теоремы Пифагора

$x^2 = L^2 + 4(vt)^2 = L^2 + 2TLt^2/m = 1$ м^2 и x = 100 см.

Ответ: 100 см

11. В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов. Если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице решение уже не проверяется!

№ задачи	Ответ
1.	**63,7 м или 63,7**
2.	**T = 22,5 Н или 22,5**
3.	**$a_x = 7$ м/с^2; $a_y = 7{,}7$ м/с^2 или 7 м/с^2; 7,7 м/с^2**
4.	**μ ≅ 0,210 или 0,210**
5.	**h = 11 см или 11**
6.	**H = 0,8 м или 0,8**
7.	**500К**
8.	**2 Ом**
9.	**180 минут**
10.	**100 см или 100**